

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования Новосибирской области

Департамент образования мэрии города Новосибирска

МБОУ СОШ № 56

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика»

для обучающихся 10-11 классов

(является частью раздела 2.1 ООП СОО)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «ОЛИМПИАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика» разработана для обучающихся 10–11 классов в соответствии с требованиями ФГОС среднего общего образования (приказ Минпросвещения РФ от 12.08.2022 № 732) и с учётом Федеральной образовательной программы среднего общего образования.

Курс адресован обучающимся, проявляющим выраженный интерес к математике и ориентированным на участие в олимпиадах и конкурсах высокого уровня — Всероссийской олимпиаде школьников, олимпиадах «Сириус», «Физтех», «Ломоносов» и других. В 10–11 классах обучающиеся уже владеют основной олимпиадной техникой, поэтому курс нацелен на углубление методов, работу с задачами регионального и заключительного этапов и систематизацию знаний по всем разделам олимпиадной математики.

Цель курса: формирование у обучающихся комплекса знаний и методов решения олимпиадных задач повышенного и высокого уровня сложности, развитие математической культуры и подготовка к результативному участию в олимпиадах.

Задачи курса:

Образовательные:

- углубление и систематизация знаний по всем ключевым разделам олимпиадной математики: алгебре, теории чисел, геометрии, комбинаторике;
- овладение методами решения задач с параметрами, функциональных уравнений, диофантовых уравнений, задач на доказательство неравенств;
- знакомство с теоремами и методами, выходящими за рамки школьной программы (теорема Безу, критерий Эйзенштейна, малая теорема Ферма, теорема Вильсона, неравенство Коши—Буняковского—Шварца, метод Штурма, прыжки Виета и др.).

Развивающие:

- развитие навыков строгого математического доказательства и поиска нестандартных подходов;
- формирование умения видеть связи между различными разделами математики и переносить методы из одной области в другую;
- развитие навыков самостоятельной исследовательской работы с олимпиадными задачами.

Воспитательные:

- формирование целеустремлённости, настойчивости и интеллектуальной честности в рассуждениях;
- воспитание культуры математической дискуссии, умения аргументировать и принимать чужую аргументацию;
- развитие коммуникативных навыков через командные формы работы (математические бои, регаты).

Формы проведения занятий: мини-лекции, семинары-практикумы, математические бои и регаты, индивидуальные и командные олимпиады, разбор задач прошлых лет, проектная и исследовательская работа.

II. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА

Личностные результаты

- готовность к саморазвитию, самообразованию и продолжению обучения в ведущих университетах;
- сформированность ценности научного познания, овладение математической культурой как средством познания мира;
- способность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

Метапредметные результаты

Познавательные УУД:

- выявление существенных признаков математических объектов, формулирование определений и теорем;
- проведение многошаговых доказательств, использование метода от противного, математической индукции, метода «оценка + пример»;
- самостоятельный поиск и анализ информации для решения нестандартных задач;
- выявление недостаточности и избыточности информации, формулирование гипотез и их проверка.

Коммуникативные УУД:

- ясное, точное и грамотное изложение математических решений в устной и письменной форме;
- ведение математической дискуссии, умение аргументировать позицию и корректно указывать на ошибки;
- работа в команде при проведении математических соревнований.

Регулятивные УУД:

- самостоятельное планирование хода решения сложной задачи;
- выбор стратегии при наличии нескольких подходов;
- самоконтроль и корректировка решения, оценка достоверности результата.

Предметные результаты

К концу 10 класса обучающийся научится:

- применять метод математической индукции (включая сильную индукцию) для доказательства утверждений в алгебре, теории чисел и комбинаторике;
- работать с многочленами: теорема Безу, схема Горнера, теорема о рациональных корнях, формулы Виета для многочленов высших степеней;
- решать уравнения и неравенства с параметрами аналитическими и графическими методами, использовать координатную плоскость «переменная—параметр»;
- доказывать алгебраические неравенства (Коши, транснеравенство, метод оценки);
- решать задачи теории чисел: признаки делимости, остатки, НОД и алгоритм Евклида, диофантовы уравнения первой и второй степени;

- применять теоремы Чевы и Менелая, теорему Птолемея, свойства вписанных и описанных четырёхугольников;
- решать стереометрические задачи на построение сечений, вычисление углов и расстояний;
- применять принцип Дирихле, инварианты и метод раскраски в задачах повышенного уровня.

К концу 11 класса обучающийся научится:

- применять сравнения по модулю, функцию Эйлера, малую теорему Ферма, теорему Вильсона, китайскую теорему об остатках;
- решать уравнения в целых числах методами разложения, оценки, спуска, прыжков Виета;
- доказывать неравенства методами Коши—Буняковского—Шварца, Йенсена, Штурма, using симметризации;
- решать функциональные уравнения (подстановка, фиксированные точки, инъективность, сюръективность);
- применять методы координат и векторов в олимпиадной геометрии, использовать гомотетию, инверсию, степени точки;
- решать стереометрические задачи на комбинации многогранников и тел вращения, метод координат в пространстве;
- решать комбинаторные задачи с использованием производящих функций, рекуррентных соотношений, принципа включения-исключения;
- применять вероятностные методы в комбинаторных задачах.

III. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

10 класс (34 часа)

№	Раздел	Часов	Содержание
1	Вводное занятие. Диагностика	1	Виды олимпиад и их уровни. Стратегия работы с олимпиадной задачей. Диагностическая работа из задач школьного и муниципального этапов
2	Многочлены	4	Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема о рациональных корнях. Формулы Виета для многочленов высших степеней. Разложение на множители. Целозначные многочлены
3	Метод математической индукции	3	Принцип математической индукции. Сильная индукция. Индукция в задачах теории чисел, алгебры и комбинаторики
4	Задачи с параметрами	5	Аналитические методы: параметр как переменная. Графические методы: координатная плоскость «переменная—параметр». Расположение корней

№	Раздел	Часов	Содержание
			квадратного трёхчлена. Метод мини-максов. Симметрия в задачах с параметром
5	Доказательство неравенств	3	Неравенство Коши. Транснеравенство. Метод оценки. Использование свойств монотонности и выпуклости
6	Теория чисел	5	Признаки делимости (обобщённые). Остатки и сравнения по модулю. НОД, алгоритм Евклида. Простые числа. Диофантовы уравнения первой степени. Уравнения в целых числах: метод перебора и оценки
7	Планиметрия (углубление)	5	Теоремы Чевы и Менелая. Теорема Птолемея. Вписанные и описанные четырёхугольники. Метод площадей. Подобие и гомотетия. Степень точки
8	Стереометрия	4	Построение сечений. Углы между прямыми, прямой и плоскостью, между плоскостями. Расстояния между скрещивающимися прямыми. Метод координат в пространстве
9	Принцип Дирихле. Инварианты	2	Принцип Дирихле в геометрии и теории чисел. Инварианты и полуинварианты. Метод раскраски
10	Решение олимпиадных задач	1	Разбор задач муниципального и регионального этапов ВсОШ. Задачи олимпиад «Физтех», «Ломоносов»
11	Итоговое занятие	1	Математическая регата. Подведение итогов года
	Итого	34	

11 класс (34 часа)

№	Раздел	Часов	Содержание
1	Вводное занятие. Диагностика	1	Повторение ключевых идей 10 класса. Диагностическая работа из задач регионального этапа
2	Теория чисел (продолжение)	5	Сравнения по модулю. Функция Эйлера. Малая теорема Ферма. Теорема Вильсона. Китайская теорема об остатках. Прыжки Виета. Квадратичные вычеты
3	Алгебраические уравнения и неравенства	4	Уравнения высших степеней. Иррациональные уравнения и неравенства. Уравнения и неравенства с модулем. Рационализация в неравенствах. Метод мини-максов
4	Доказательство неравенств (углубление)	3	Неравенство Коши—Буняковского—Шварца. Неравенство Йенсена. Метод Штурма. Метод симметризации
5	Функциональные уравнения	3	Метод подстановки. Фиксированные точки. Использование инъективности и сюръективности. Функциональные уравнения для многочленов
6	Геометрия (углубление)	5	Метод координат и векторный метод в планиметрии. Инверсия. Радиальные оси и центры. Ортоцентр, прямая Эйлера, окружность девяти точек. Лемма Архимеда. Задачи на экстремум
7	Стереометрия (углубление)	4	Комбинации многогранников и тел вращения. Вписанные и описанные сферы. Объёмы отсечённых частей. Стереометрические задачи на экстремум
8	Комбинаторика и вероятность	4	Принцип включения-исключения. Рекуррентные соотношения. Числа Каталана и Стирлинга. Производящие функции. Классическая и геометрическая вероятность. Математическое ожидание
9	Решение олимпиадных задач	4	Разбор задач регионального и заключительного этапов ВсОШ. Задачи олимпиад «Сириус»,

№	Раздел	Часов	Содержание
			«Физтех», «Покори Воробьёвы горы». Анализ типичных ошибок
10	Итоговое занятие	1	Математический бой. Подведение итогов
	Итого	34	

IV. КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 класс

№	Тема занятия	Часов	Форма проведения	Виды деятельности
1	Вводное занятие. Виды олимпиад. Стратегия решения. Диагностика	1	Беседа, диагностика	Самостоятельная работа
2	Многочлены. Теорема Безу и схема Горнера	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач
3	Многочлены. Теорема о рациональных корнях. Формулы Виета	1	Мини-лекция, практикум	Доказательство, решение задач
4	Многочлены. Разложение на множители. Целозначные многочлены	1	Практикум	Решение задач
5	Многочлены: смешанные задачи	1	Практикум	Решение задач
6	Метод математической индукции: базовые примеры	1	Мини-лекция, практикум	Доказательство
7	Метод математической индукции: сильная индукция	1	Практикум	Доказательство

№	Тема занятия	Часов	Форма проведения	Виды деятельности
8	Метод математической индукции в комбинаторике и теории чисел	1	Практикум	Решение задач
9	Задачи с параметрами: аналитический подход	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач
10	Задачи с параметрами: координатная плоскость «переменная—параметр»	1	Мини-лекция, практикум	Построение графиков
11	Задачи с параметрами: расположение корней квадратного трёхчлена	1	Практикум	Решение задач
12	Задачи с параметрами: метод мини-максов	1	Практикум	Решение задач
13	Задачи с параметрами: смешанные задачи	1	Практикум	Решение задач
14	Доказательство неравенств: неравенство Коши	1	Мини-лекция, практикум	Доказательство
15	Доказательство неравенств: транснеравенство и метод оценки	1	Практикум	Решение задач
16	Доказательство неравенств: смешанные задачи	1	Практикум	Решение задач
17	Теория чисел: признаки делимости, остатки и сравнения	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач
18	Теория чисел: НОД, алгоритм Евклида, простые числа	1	Практикум	Решение задач

№	Тема занятия	Часов	Форма проведения	Виды деятельности
19	Теория чисел: диофантовы уравнения первой степени	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач
20	Теория чисел: уравнения в целых числах — метод оценки и перебора	1	Практикум	Решение задач
21	Теория чисел: смешанные задачи	1	Практикум	Решение задач
22	Планиметрия: теоремы Чевы и Менелая	1	Мини-лекция, практикум	Доказательство, решение задач
23	Планиметрия: теорема Птолемея. Вписанные и описанные четырёхугольники	1	Практикум	Решение задач
24	Планиметрия: метод площадей. Подобие и гомотетия	1	Практикум	Решение задач
25	Планиметрия: степень точки. Смешанные задачи	1	Практикум	Решение задач
26	Планиметрия: разбор олимпиадных задач	1	Семинар	Анализ, решение задач
27	Стереометрия: построение сечений	1	Мини-лекция, практикум	Практическая работа
28	Стереометрия: углы в пространстве	1	Практикум	Решение задач
29	Стереометрия: расстояния между скрещивающимися прямыми	1	Практикум	Решение задач
30	Стереометрия: метод координат в пространстве	1	Практикум	Решение задач

№	Тема занятия	Часов	Форма проведения	Виды деятельности
31	Принцип Дирихле в геометрии и теории чисел	1	Практикум	Решение задач
32	Инварианты и метод раскраски	1	Практикум	Решение задач
33	Разбор задач муниципального и регионального этапов ВсОШ	1	Семинар	Анализ, решение задач
34	Математическая регата. Итоги года	1	Соревнование	Командная работа
	Итого	34		

11 класс

№	Тема занятия	Часов	Форма проведения	Виды деятельности
1	Вводное занятие. Повторение. Диагностическая работа	1	Беседа, диагностика	Самостоятельная работа
2	Сравнения по модулю. Операции на множестве вычетов	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач
3	Функция Эйлера. Малая теорема Ферма	1	Мини-лекция, практикум	Доказательство, решение задач
4	Теорема Вильсона. Китайская теорема об остатках	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач
5	Прыжки Виета. Квадратичные вычеты	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач
6	Теория чисел: смешанные задачи регионального уровня	1	Практикум	Решение задач

№	Тема занятия	Часов	Форма проведения	Виды деятельности
7	Уравнения высших степеней. Метод замены	1	Практикум	Решение задач
8	Иррациональные уравнения и неравенства	1	Практикум	Решение задач
9	Уравнения и неравенства с модулем. Рационализация	1	Практикум	Решение задач
10	Метод мини-максов в уравнениях и неравенствах	1	Практикум	Решение задач
11	Неравенство Коши—Буняковского—Шварца	1	Мини-лекция, практикум	Доказательство
12	Неравенство Йенсена. Метод Штурма	1	Мини-лекция, практикум	Доказательство, решение задач
13	Доказательство неравенств: смешанные задачи	1	Практикум	Решение задач
14	Функциональные уравнения: метод подстановки	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач
15	Функциональные уравнения: фиксированные точки, инъективность	1	Практикум	Решение задач
16	Функциональные уравнения: смешанные задачи	1	Практикум	Решение задач
17	Метод координат и векторный метод в планиметрии	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач
18	Инверсия. Радиальные оси и центры	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач

№	Тема занятия	Часов	Форма проведения	Виды деятельности
19	Ортоцентр, прямая Эйлера, окружность девяти точек	1	Практикум	Решение задач
20	Лемма Архимеда. Задачи на экстремум	1	Практикум	Решение задач
21	Геометрия: разбор олимпиадных задач	1	Семинар	Анализ, решение задач
22	Стереометрия: комбинации многогранников и тел вращения	1	Практикум	Решение задач
23	Стереометрия: вписанные и описанные сферы	1	Практикум	Решение задач
24	Стереометрия: объёмы отсечённых частей	1	Практикум	Решение задач
25	Стереометрия: задачи на экстремум	1	Практикум	Решение задач
26	Комбинаторика: принцип включения-исключения	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач
27	Рекуррентные соотношения. Числа Каталана и Стирлинга	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач
28	Производящие функции	1	Мини-лекция, практикум	Решение задач
29	Вероятность и математическое ожидание	1	Практикум	Решение задач
30	Разбор задач регионального этапа ВсОШ	1	Семинар	Анализ, решение задач

№	Тема занятия	Часов	Форма проведения	Виды деятельности
31	Задачи олимпиад «Сириус», «Физтех»	1	Практикум	Решение задач
32	Задачи олимпиад «Покори Воробьёвы горы», «Ломоносов»	1	Практикум	Решение задач
33	Анализ типичных ошибок. Подготовка к заключительному этапу	1	Семинар	Анализ, рефлексия
34	Математический бой. Итоги курса	1	Соревнование	Командная работа
	Итого	34		

V. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Вид контроля	Периодичность	Форма
Входной	Сентябрь	Диагностическая работа из задач школьного/муниципального этапа
Текущий	На каждом занятии	Наблюдение, устный разбор, проверка оформленных решений
Промежуточный	После крупных разделов (2–3 раза в год)	Мини-олимпиада, практическая работа
Итоговый	Май	Математическая регата / математический бой

Дополнительные формы контроля: участие обучающихся во внешних олимпиадах (школьный и муниципальный этапы ВсОШ, олимпиады перечневого списка), анализ результатов и разбор допущенных ошибок.

VI. МЕТОДИЧЕСКОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Литература для учителя:

1. Горбачёв В. И. Сборник олимпиадных задач по математике. — М.: МЦНМО.
2. Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи. — М.: МЦНМО.
3. Прасолов В. В. Задачи по алгебре. — М.: МЦНМО.
4. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии. — М.: МЦНМО.
5. Прасолов В. В., Шарыгин И. Ф. Задачи по стереометрии. — М.: МЦНМО.
6. Алфутова Н. Б., Устинов А. В. Алгебра и теория чисел для математических школ. — М.: МЦНМО.
7. Леман А. А. Сборник задач московских математических олимпиад. — М.: МЦНМО.

Литература для обучающихся:

1. Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. — Киров: «АСА».
2. Сергеев И. Н. Примени математику. — М.: Наука.
3. Задания Всероссийской олимпиады школьников прошлых лет — сайт **olympmsh.ru**.

Цифровые образовательные ресурсы:

- сайт ВШЭ — **olymp.hse.ru**
- Образовательный центр «Сириус» — **sochisirius.ru**
- Московский центр непрерывного математического образования — **mccme.ru**
- Банк заданий ФГАОУ — **skiv.instrao.ru**
- Problems.ru — база олимпиадных задач

Материально-техническое обеспечение:

- учебный кабинет с интерактивной доской;
- набор геометрических моделей многогранников и тел вращения;
- раздаточный материал (карточки с задачами, бланки олимпиад);
- компьютер с проектором для демонстрации решений и цифровых материалов.